

цируется индуктивное утверждение (инвариант), записываемое на логическом языке утверждений:

$$inv_{t_1}(x_1, \dots, x_n):P; inv_{t_2}(x_1, \dots, x_n):Q; inv_{t_3}(x_1, \dots, x_n), \dots,$$

где t_1 — точка входа (после оператора START); t_2 — точка выхода (перед оператором STOP); t_3 — контрольные точки инвариантов циклов.

Введем понятие условия U_α между соседними контрольными точками управляющего графа программы $Prgm$. Пусть путь α ведет от точки r к точке t и составляет последовательность операторов $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_k$, где A_i — оператор присваивания или условие с меткой «+» или «-» вида ρ_ε , где $\varepsilon \in \{+, -\}$, а ρ — условие. Определим условие пути α следующим образом:

$$U_\alpha: inv_r(x_1, \dots, x_n) \Rightarrow U_0,$$

где последовательность U_0, U_1, \dots, U_k задается по индукции (методом обратной подстановки):

$$1) U_k: inv_t(x_1, \dots, x_n);$$

2) пусть U_i определено, тогда возможны два случая:

$$a) A_i \sim x_s := f(x_1, \dots, x_n), \text{ тогда } U_{i-1}: U_i(x_s \leftarrow f(x_1, \dots, x_n));$$

$$b) A_i \sim \rho_\varepsilon, \text{ где } \varepsilon = + \text{ или } \varepsilon = -, \text{ тогда } U_{i-1}: \rho \Rightarrow U_i \text{ при } \varepsilon = + \text{ или } U_{i-1}: \neg \rho \Rightarrow U_i \text{ при } \varepsilon = -.$$

Пример 3.1. Пусть путь α соответствует последовательности $x := f_1(x); g_+(x); x := f_2(x); h_-(x); x := f_3(x)$. Тогда

$$P: inv_r(x); U_5: Q = inv_t(x);$$

$$U_4: Q(f_3(x)); U_3: (\neg h(x) \Rightarrow Q(f_3(x)));$$

$$U_2: (\neg h(f_2(x)) \Rightarrow Q(f_3(f_2(x))));$$

$$U_1: (g(x) \Rightarrow (\neg h(f_2(x)) \Rightarrow Q(f_3(f_2(x)))));$$

$$U_0: (g(f_1(x)) \Rightarrow (\neg h(f_2(f_1(x))) \Rightarrow Q(f_3(f_2(f_1(x))))).$$

Условие пути α имеет вид

$$U_\alpha: P \Rightarrow (g(f_1(x)) \Rightarrow (\neg h(f_2(f_1(x))) \Rightarrow Q(f_3(f_2(f_1(x))))).$$

Введенное понятие условия U_α между соседними контрольными точками позволяет свести задачу анализа частичной корректности программы $Prgm$ к доказательству истинности условий U_α между любыми соседними контрольными точками программы $Prgm$, а именно, имеет место следующая теорема о частичной корректности.

Теорема 3.1 (о частичной корректности). Программа $Prgm$ частично корректна относительно предусловия P и постусловия Q , если для каждого пути α между соседними контрольными точками условие пути U_α истинно.

Доказательство. Введем предикат $W(i)$: «при любом выполнении программы $Prgm$ i -е встреченное индуктивное утверж-