

$$\{P\} A \{Q\} : \forall st (P(st) \wedge \text{fin}(A, st) \Rightarrow Q(st, f_A(st))), \quad (2.1)$$

где f_A — функция, вычисляемая оператором A .

Данная интерпретация тройки Хоара позволяет рассматривать ее как некоторый аналог формулы, т. е. объект, принимающий значение *true* или *false*. Тройка Хоара является элементарной единицей рассуждений о свойствах программ (утверждение об операторе) и играет важнейшую роль в задачах верификации. В соответствии с определением (2.1), если оператор A не завершается, то тройка $\{P\} A \{Q\}$ — тождественная истина независимо от Q .

При использовании троек Хоара оказываются выразимыми многие свойства программ (на уровне операторов). Однако возможны невыразимые свойства, например свойство завершения.

Интересно, что свойство заикливания выразимо: оно соответствует истинности тройки $\{P\} A \{false\}$. Действительно, в этом случае согласно (2.1) $\text{fin}(A, P) = false$, так как если $\text{fin}(A, P) = true$, то существует по меньшей мере одно состояние st^* , обеспечивающее истинность предиката $Q(st^*, f(st^*))$, т. е. тогда $Q \neq false$.

Приведем примеры истинных троек Хоара:

$$\{x > 0\} x := x + 1 \{x > 1\};$$

$$\{x > 0\} \text{ while } x > 0 \text{ do } x := x - 1 \{x = 0\}.$$

Во втором примере $x > 0$ есть инвариант входной точки цикла, называемый *инвариантом цикла*.

Общие свойства троек Хоара, не зависящие от конкретного вида оператора A , известны как законы консеквенции (логического следствия):

$$\{P\} A \{Q\}, \quad Q \Rightarrow V \vdash \{P\} A \{V\}; \quad (2.2)$$

$$\{P\} A \{Q\}, \quad W \Rightarrow P \vdash \{W\} A \{Q\}.$$

При этом V является ослаблением Q , а W — усилением P . Законы консеквенции утверждают, что для любого оператора A можно произвольным образом ослаблять постусловие и произвольным образом усиливать предусловие (не изменяя истинного значения тройки Хоара).

В качестве следствий из законов консеквенции можно получить тройки Хоара:

$$\{P\} A \{true\}, \quad (2.3)$$

$$\{false\} A \{Q\},$$

справедливые для любых P, Q, A . Согласно (2.3) *true* — слабейшее постусловие, *false* — сильнейшее предусловие.

Для фиксированного предусловия существует множество постусловий, а для фиксированного постусловия — множество предус-